Prof. Stephan Fritzsche
TPI and HI Jena
— Klassische Elekrodynamik —

Abgabe 12. Juni 2017
Sommersemester

Übungsserie 10 - Probeklausur

Wichtig: Es sind nur die Aufgaben 1-5 verpflichtend zu bearbeiten. Die Aufgabe 6 dient der Vollständigkeit der Probeklausur und kann freiwillig bearbeitet werden.

Aufgabe 1: Verständnisfragen (2+1+2+2 Punkte)

a) Nennen Sie die Maxwellgleichungen in differentieller Form und leiten Sie aus diesen die integrale Darstellung ab.

b) Ist das Magnetfeld $\mathbf{B} = g\,\mathbf{r}/r^3$ eine Lösung der Maxwellgleichungen. Begründen Sie!

c) Leiten Sie die Kontinuitätsgleichung aus den Maxwellgleichungen ab.

d) Geben Sie eine Ladungsverteilung an, die

- sowohl ein Monopolmoment als auch ein Dipolmoment hat.
- ein Quadrupolmoment aber kein Monopolmoment hat.

Aufgabe 2: Homogen geladener Zylinder mit Aussparung (6+2 Punkte)

Gegeben sei ein mit der Ladungsdichte ρ_0 homogen geladener, unendlich langer Zylinder mit dem Radius R, dessen Symmetrieachse mit der z-Achse zusammenfällt. In diesem Zylinder sei nun die Ladung in einem ebenfalls zylinderförmigen, unendlichen langen Bereich neutralisiert. Der neutralisierte Bereich ohne Ladungsträger habe dabei einen Radius b und sei um die Distanz $d \geq 0$ in Richtung der y-Achse versetzt, wobei $d + b \leq R$.

a) Berechnen Sie das elektrische Feld für $x^2 + y^2 \geq R$.

b) Begründen Sie, auf welcher Seite des Zylinders die Kraftwirkung auf eine Punktladung q entlang der y-Achse größer ist. (positive oder negative y)

Aufgabe 3: Unendlich langer Draht (3+3+2 Punkte)

Auf der z-Achse liege ein (unendlich langer) Draht mit der konstanten Längenladungsdichte λ.

a) Berechnen Sie das von der Anordnung erzeugte elektrostatische Feld.

b) Der geladene Draht wird nun in die x-Richtung um $x_0 > 0$ parallel verschoben. Desweiteren befinde sich in der y-z-Ebene eine unendlich ausgedehnte geerdete Metallplatte. Bestimmen Sie mit der Methode der Spiegelladungen das elektrische Feld für $x > 0$ und zeigen Sie, dass das elektrische Feld auf der Metallplatte nur eine Normalenkomponente besitzt.

c) Geben Sie die auf der Metallplatte influenzierte Flächenladungsdichte $\sigma(y)$ an und berechnen Sie $\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}y\, \sigma(y)$.

Aufgabe 4: Kugelflächenfunktion (4 Punkte)

Gegeben Sei eine Kugel mit Radius R mit einer Ladungsdichte $\rho(\mathbf{r}) = \alpha \sin\vartheta \sin\varphi$. Berechnen Sie das Potential außerhalb der Kugel.

Hinweis:

$$\phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} \sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}} Q_{lm} \frac{Y_{lm}(\vartheta, \varphi)}{r^{l+1}} \tag{1}$$

mit den sphärischen Multipolmomenten

$$Q_{lm} = \sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}} \int d^3\mathbf{r}'\, \rho(\mathbf{r}')\, r'^l\, Y^*_{lm}(\vartheta', \varphi'), \quad m = -l, \ldots, l. \tag{2}$$

Die ersten Kugelflächenfunktionen lauten

$$Y_{00}(\vartheta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \qquad Y_{10}(\vartheta, \varphi) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos\vartheta \qquad Y_{1\pm1}(\vartheta, \varphi) = \mp\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\vartheta\, e^{\pm i\varphi}$$

Aufgabe 5: Quadratische Leiterschleife (1+5 Punkte)

Durch eine quadratische Leiterschleife der Seitenlänge $2a$ fließe der Strom I

a) Geben Sie das magnetische Dipolmoment an.

b) Berechnen Sie das Magnetfeld im Mittelpunkt der Schleife.

Aufgabe 6: Plattenkondensator (1+1+3+2 Punkte)

Betrachten Sie einen geladenen Plattenkondensator, der aus zwei kreisförmigen Platten mit Radius R und Plattenabstand a besteht. Die beiden Platten sind mit durch einen dünnen Draht mit hohem Widerstand verbunden.

Zum Zeitpunkt $t = 0$ befinden sich auf den Platten die Ladungen $+Q_0$ bzw. $-Q_0$. durch den Draht fließe ein kleiner, stationärer Strom $I = \text{const}$, sodass sich der Kondensator langsam entlädt.

a) Berechnen Sie die Flächenladungsdichten $\sigma(t)$ auf beiden Platten unter der Annahme, dass diese unendlich gut leitfähig sind.

b) berechnen Sie das elektrische Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ zwischen den Kondensatorplatten (Randeffekte werden vernachlässigt).

c) Bestimmen Sie das magnetische Feld $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ zwischen den Kondensatorplatten.

d) Berechnen Sie die zeitliche Änderung der elektromagnetischen Feldenergie W zwischen den Platten.