Prof. Stephan Fritzsche
TPI and HI Jena
— Klassische Elekrodynamik —

Abgabe 26. Juni 2017
Sommersemester

Übungsserie 12

Aufgabe 1: Stehende Wellen (4+4)

a) Betrachten Sie die beiden einander entgegenlaufenden Wellen

$$\mathbf{E_1} = E_0 \cos(kz - \omega t)\mathbf{e_x} \qquad \text{und} \qquad \mathbf{E_2} = E_0 \cos(kz + \omega t)\mathbf{e_x}$$

deren Summe eine stehende Welle ist. Berechnen Sie das zu der stehenden elektrischen Welle gehörende Magnetfeld **B**, in dem Sie

- die Magnetfelder zu jeder der beiden fortlaufenden Wellen bestimmen und diese addieren.
- die MAXWELL Gleichungen benutzen und von der stehenden elektrischen Welle ausgehen.

b) Betrachten Sie die stehende Welle

$$\mathbf{E} = 2E_0 \sin\frac{2\pi y}{\lambda}\cos\frac{2\pi ct}{\lambda}\mathbf{ez}, \qquad \mathbf{B} = -2\frac{E_0}{c}\cos\frac{2\pi y}{\lambda}\sin\frac{2\pi ct}{\lambda}\mathbf{e_x}$$

- Skizzieren Sie die Energiedichte $w(y,t)$ for die ωt-Werte 0, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{3\pi}{4}$ und π.
- Skizzieren sie die y-Komponente $S_y(y,t)$ des POYNTING-Vektors für die ωt-Werte $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{2}$ und $\frac{3\pi}{4}$ und erklären Sie, wie diese Skizzen mit denen für die Energiedichte korrespondieren.

Aufgabe 2: Eichtransformation (2+2+2)

Die Potentiale Φ und **A** sind in der Elektrodynamik nicht eindeutig gegeben, sondern können durch Eichtransformationen geändert werden, ohne dass sich die dazugehörigen **E** und **B** Felder ändern.

a) Zeigen Sie die Invarianz der elektromagnetischen Felder **E** und **B** unter der Eichtransformation

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla\Lambda \qquad \Phi' = \Phi - \frac{\partial}{\partial t}\Lambda,$$

wobei Λ eine zweifach differenzierbare skalare Funktion ist.

b) Zeigen Sie, dass die Vektorpotentiale die

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2}B_0\mathbf{e_z} \times \mathbf{r}, \qquad \mathbf{A_1} = -B_0 y\mathbf{e_x}, \qquad \mathbf{A_2} = B_0 x\mathbf{e_y}$$

die gleiche magnetische Flussdichte **B** liefern.

c) Bestimmen Sie die Eichfunktionen Λ_1 und Λ_2 unter denen **A** in $\mathbf{A_1}$ bzw. $\mathbf{A_2}$ transformiert.

Aufgabe 3: Polarisaition und POYNTING-Vektor (1+1+3+2)

Betrachten Sie eine transversale elektromagnetische Welle im nichtleitenden Medium, die durch

$$\mathbf{E} = \frac{E_0}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} \begin{pmatrix} \cos(kz-\omega t) \\ \varepsilon \sin(kz-\omega t) \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \text{mit} \qquad 0 \leq \varepsilon \leq 1$$

gegeben ist.

a) In welche Richtung breitet sich diese Welle aus?

b) Berechnen Sie $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$.

c) Betrachten Sie nun die Spezialfälle $\varepsilon = 0$ und $\varepsilon = 1$. Um welche Arten der Polarisation handelt es sich hierbei? Berechnen Sie die zugehörigen Energiestromdichten und skizzieren Sie diese für $z = 0$ für mindestens eine Periode.

d) Berechnen Sie für die beiden Spezialfälle aus **c)** die zeitlich gemittelte Energiestromdichte und vergleichen Sie Ihre Ergebnisse.