

Übungsserie 4

Aufgabe 1: Raumladungsdichte in Kugelkoordinaten (8 Punkte)

Außerhalb einer Kugeloberfläche entsteht ein elektrisches Dipolfeld, wenn die Flächenladungsdichte σ auf dieser Oberfläche proportional zu $\cos\vartheta$ ist. (sh Abbildung)

a) Geben Sie die Raumladungsdichte $\rho(r, \vartheta, \varphi)$ in Kugelkoordinaten an, wenn die Kugel den Radius R hat und auf ihrer oberen Hälfte die Ladung $+Q$ und auf ihrer unteren Hälfte die Ladung $-Q$ trägt. Verifizieren Sie anschließend, dass die Integration über die gefundene Raumladungsdichte die Gesamtladung 0 ergibt.

b) Berechnen Sie das Dipolmoment \mathbf{p} der Anordnung und nutzen Sie Ihr Ergebnis, um das elektrische Feld im gesamten Raum zu finden. Gibt es einen Quadrupolterm?

Aufgabe 2: Elektrostatistisches Potential eines Dipols (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Ladungsverteilung

$$\rho(\mathbf{r}) = -\mathbf{p} \cdot \nabla \delta(\mathbf{r})$$

das bekannte elektrostatistische Potential eines Dipols hervorruft.

Aufgabe 3: Methode der Spiegelladungen (3 Punkte)

Bestimmen Sie das elektrostatistische Potential einer Punktladung q vor zwei senkrecht zueinander stehenden geerdeten Metallplatten, siehe Abbildung.

Aufgabe 4: Greensche Funktion (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Greensche Funktion für allgemeine Randbedingungen

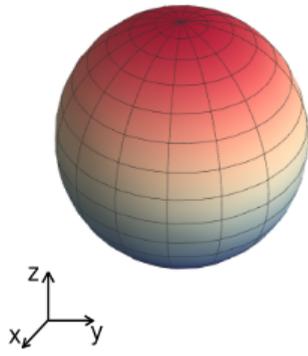
$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} + G_h(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad \Delta G_h(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = 0$$

eine Lösung der Poissongleichung für eine Punktladung ist, indem Sie die folgende Relation für die δ -Distribution nachweisen:

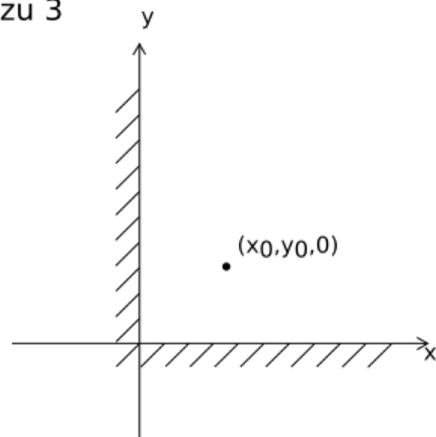
$$\delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{1}{4\pi} \Delta \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$

Hinweis: Zeigen Sie, dass die rechte Seite die beiden definierenden Eigenschaften der δ -Distribution erfüllt. Verwenden Sie den Satz von Gauß.

zu 1



zu 3



- zu 1) Skizze der Ladungsverteilung auf der Kugelschale, positiv (rot) und negativ (blau)
zu 3) Punktladung an der Stelle $(x_0, y_0, 0)$ vor zwei metallenen geerdeten Platten