

## Übungsserie 7

### Aufgabe 1: Linearer Quadrupol (4+4+4 Punkte)

Betrachten Sie eine Anordnung bestehend aus drei Ladungen  $q_1 = q$ ,  $q_2 = -2q$ ,  $q_3 = q$  an den Punkten  $\mathbf{r}_1 = (0, 0, a)$ ,  $\mathbf{r}_2 = (0, 0, 0)$  und  $\mathbf{r}_3 = (0, 0, -a)$ .

a) Berechnen Sie Monopol-, Dipol- und Quadrupolmoment der Anordnung in kartesischen Koordinaten.

b) Geben Sie mit Hilfe der Ergebnisse aus a) das Potential sowie das elektrische Feld in der Fernzone ( $r \gg a$ ) an. Skizzieren Sie die zugehörigen elektrischen Feldlinien.

**Hinweis:** Drücken Sie das Potential zur Berechnung des elektrischen Feldes in Kugelkoordinaten aus.

c) Finden Sie einen exakten Ausdruck für das elektrische Feld der Anordnung. Vergleichen Sie dieses mit dem in b) gefundenen Feld sowohl in der Fernzone als auch in der Nahzone ( $r \lesssim a$ ), indem Sie die Felder für beide Fälle graphisch darstellen.

### Aufgabe 2: 2. Kirchhoff'sches Gesetz (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass für einen Stromkreis bestehend aus einer Masche (d.h. ohne Verzweigungen) mit  $n$  Elementen und einer Spannungsquelle  $U_e$  das zweite Kirchhoff'sche Gesetz (Maschensatz) gilt:

$$\sum_{k=1}^n U_k + U_e = 0,$$

wobei  $U_1, U_2, \dots, U_n$  die jeweils an den Elementen abfallenden Spannungen sind. Nutzen Sie als Ausgangspunkt die Maxwellgleichung

$$\oint_{\partial A} d\mathbf{s} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0.$$

### Aufgabe 3: Reihen- und Parallelschaltung von Kondensatoren (4+2 Punkte)

a) Zeigen Sie, dass im Falle der Reihenschaltung von zwei Kondensatoren mit Kapazitäten  $C_1$  und  $C_2$  die Gesamtkapazität  $C$  der Anordnung gegeben ist durch

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

und dass für die entsprechende Parallelschaltung

$$C = C_1 + C_2$$

gilt. Betrachten Sie für beide Anordnungen die Grenzfälle  $C_1 \rightarrow 0$  und  $C_1 \rightarrow \infty$ .

b) Betrachten Sie die in der Abbildung dargestellte unendliche Kette von Kondensatoren der Kapazität  $C$ . Bestimmen Sie die Gesamtkapazität  $C_\infty$  der Anordnung und zeigen Sie, dass diese aus  $C$  hervorgeht mittels Division durch den goldenen Schnitt

$$\Phi_G = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}.$$

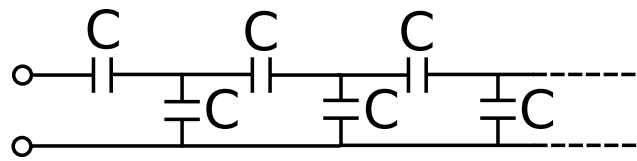


Figure 1: Unendliche Kette von Kondensatoren