

Übungsserie 7

Aufgabe 1: Linearer Quadrupol (4+4+4 Punkte)

Betrachten Sie eine Anordnung bestehend aus drei Ladungen $q_1 = q$, $q_2 = -2q$, $q_3 = q$ an den Punkten $\mathbf{r}_1 = (0, 0, a)$, $\mathbf{r}_2 = (0, 0, 0)$ und $\mathbf{r}_3 = (0, 0, -a)$.

- a) Berechnen Sie Monopol-, Dipol- und Quadrupolmoment der Anordnung in kartesischen Koordinaten.
- b) Geben Sie mit Hilfe der Ergebnisse aus a) das Potential sowie das elektrische Feld in der Fernzone ($r \gg a$) an. Skizzieren Sie die zugehörigen elektrischen Feldlinien.

Hinweis: Drücken Sie das Potential zur Berechnung des elektrischen Feldes in Kugelkoordinaten aus.

- c) Finden Sie einen exakten Ausdruck für das elektrische Feld der Anordnung. Vergleichen Sie dieses mit dem in b) gefundenen Feld sowohl in der Fernzone als auch in der Nahzone ($r \lesssim a$), indem Sie die Felder für beide Fälle graphisch darstellen.

Aufgabe 2: 2. Kirchhoff'sches Gesetz (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass für einen Stromkreis bestehend aus einer Masche (d.h. ohne Verzweigungen) mit n Elementen und einer Spannungsquelle U_e das zweite Kirchhoff'sche Gesetz (Maschensatz) gilt:

$$\sum_{k=1}^n U_k + U_e = 0,$$

wobei U_1, U_2, \dots, U_n die jeweils an den Elementen abfallenden Spannungen sind. Nutzen Sie als Ausgangspunkt die Maxwellgleichung

$$\oint_{\partial A} d\mathbf{s} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0.$$

Aufgabe 3: Reihen- und Parallelschaltung von Kondensatoren (4+2 Punkte)

- a) Zeigen Sie, dass im Falle der Reihenschaltung von zwei Kondensatoren mit Kapazitäten C_1 und C_2 die Gesamtkapazität C der Anordnung gegeben ist durch

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

und dass für die entsprechende Parallelschaltung

$$C = C_1 + C_2$$

gilt. Betrachten Sie für beide Anordnungen die Grenzfälle $C_1 \rightarrow 0$ und $C_1 \rightarrow \infty$.

b) Betrachten Sie die in der Abbildung dargestellte unendliche Kette von Kondensatoren der Kapazität C . Bestimmen Sie die Gesamtkapazität C_∞ der Anordnung und zeigen Sie, dass diese aus C hervorgeht mittels Division durch den goldenen Schnitt

$$\Phi_G = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}.$$

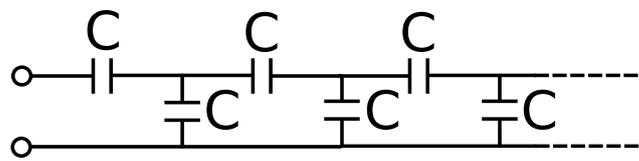


Figure 1: Unendliche Kette von Kondensatoren