Prof. Stephan Fritzsche
TPI and HI Jena
— Quantenmechanik I —

17. Dezember 2018
Wintersemester

Übungsserie 10

Aufgabe 1: Vergrößerung des Potentialtopfs (2+4+4 Punkte)

Betrachten Sie ein Proton im Grundzustand in einer Magneto-Optischen Falle. Diese Falle kann ein starkes Potential verursachen, das durch einen unendlichen Potentialtopf mit Länge L angenähert werden kann. Da wir die Falle manipulieren können, ändern wir das Potential, sodass wir einen Potentialtopf der Länge $2L$ erhalten. Die Wellenfunktion des Protons ändert sich von dem Zustand ψ_L zu ψ_{2L} mit der Wahrscheinlichkeit $P = |\langle \psi_{2L} \mid \psi_L \rangle|^2$.

a) Berechnen Sie (selbst) die Wahrscheinlichkeit, dass das Proton im Grundzustand des größeren Topfes gefunden wird.

b) Finden Sie den wahrscheinlichsten Zustand in dem das Proton nach der Vergrößerung des Topfes gefunden wird.

c) Anstatt den Topf zu vergrößern, schalten wir das Potential aus, sodass das Proton frei wird. Berechnen Sie die Impulswahrscheinlichkeitverteilung des Protons.

Aufgabe 2: BONUS: Treffen Sie Herrn Feynman (1 Punkt)

Sehen Sie sich das Video "Richard Feynman - Quantum Mechanics" auf Youtube an und Sie bekommen einen Weihnachtsgeschenkpunkt. Haben Sie es angeschaut?

Aufgabe 3: Harmonischer Oszillator (1+1+3+3+3 Punkte)

Betrachten Sie einen harmonischen Oszillator mit der Masse m und der Frequenz ω der sich zur Zeit $t = 0$ im Zustand

$$\Psi(0) = \sum_n c_n \psi_n$$

befindet. Hierbei sind ψ_n die stationären Zustände zu den Eigenwerten $(n + \frac{1}{2})\hbar\omega$.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit P erhält man bei einer Energiemessung zum Zeitpunkt $t = 0$ ein Ergebnis größer als $2\hbar\omega$

b) Welche Koeffizienten c_n verschwinden, wenn P aus Aufgabe **a** gleich null ist.

c) Nehmen Sie an, dass nur c_0 und c_1 ungleich null sind. Berechnen Sie die Normierungsbedingung für $\Psi(0)$ sowie den Energieerwartungswert $\left\langle \hat{H} \right\rangle$ in Abhängigkeit der beiden Koeffizienten an. Berechnen Sie $|c_0|^2$ sowie $|c_1|^2$ wenn $\left\langle \hat{H} \right\rangle = \hbar\omega$ ist.

d) Der normierte Zustand ist zunächst nur bis auf einen globalen Phasenfaktor bestimmt. Legen

Sie diesen Faktor fest, indem Sie c_0 reell und positiv wählen. Setzen Sie nun $c_1 = |c_1|\mathrm{e}^{i\theta_1}$. Berechnen Sie θ_1 für den Fall, dass für den Erwartungswert des Ortes

$$\langle \hat{x} \rangle = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$$

gilt.

e) Berechnen Sie den Zustand $\Psi(t)$ für $t > 0$, wenn $\Psi(0)$ wie in **d** gegeben ist. Berechnen Sie hieraus $\langle \hat{x} \rangle (t)$.