

Übungsserie 7

Aufgabe 1: Anregung (2 Punkte)

Betrachten Sie ein Elektron der Masse m in einem unendlichen Potentialtopf der Länge $a = 1$ nm in seinem Grundzustand. Berechnen Sie die vier längsten möglichen Photonenwellenlängen, die das Elektron absorbieren kann!

Aufgabe 2: Ist Bi^{212} stabil? (1+1.5+2.5+1.5+1+1+1.5+2+1 Punkte)

Betrachten Sie den $\text{Bi}^{212} \rightarrow \text{Tl}^{208} + \alpha$ Alphazerfall. Das Alphateilchen tunnelt durch das Potential des Kerns und wird mit der kinetischen Energie $E_\alpha = 6.0$ MeV emittiert.

- Skizzieren Sie das Coulombpotential des Tl^{208} Kerns.
- Benutzen Sie dieses Coulombpotential, um den Tunnelpunkt r_0 (der Ort, wo das Alphateilchen das Potential verlässt) zu berechnen. Markieren Sie diesen Punkt r_0 in Ihrer Skizze.
- Schätzen Sie den Radius R des Tl-Kerns ab und berechnen Sie daraus die dazugehörige Amplitude des Coulombpotentials V . Markieren Sie R und V in ihre Skizze.
- Approximieren Sie das Coulombpotential durch eine rechteckige Potentialbarriere der Höhe $V_0 = 1/2(V + E_\alpha)$. Was könnte die Breite b der Barriere sein? Ergänzen Sie diese Barriere in ihrer Skizze.
- Was ist die Geschwindigkeit v_α des Alphateilchens nach dem Alphazerfall?
- Nehmen Sie an, dass die Geschwindigkeit des Teilchens auch v_α im Kern ist. Wie oft kollidiert das Teilchen mit der Wand des Kerns in eine Sekunde?
- Wie können wir mit Hilfe der Tunnelwahrscheinlichkeit P_t die Lebensdauer von Bi^{212} ausdrücken? **h)** Die Tunnelwahrscheinlichkeit ist ungefähr durch

$$P_t = \frac{16k^2\kappa^2}{(k^2 + \kappa^2)^2} e^{-\kappa b}$$

gegeben, wobei $k = \sqrt{\frac{2m_\alpha E_\alpha}{\hbar^2}}$, $\kappa = \sqrt{\frac{2m_\alpha(V_0 - E_\alpha)}{\hbar^2}}$ und m_α die Masse des Alphateilchens ist. Berechnen Sie die Lebensdauer des Bi^{212} Atoms.

- Vergleichen Sie Ihre Berechnung mit gemessenen Werten? Ist Bi^{212} stabil?

Aufgabe 3: Reflexion an einer Doppelstufe (7 Punkte)

Betrachten Sie eine Teilchenwelle mit Energie $E > V_0$, die von links auf eine Potentialdoppelstufe, die durch

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{V_0}{2} & 0 < x < x_0 \\ V_0 & x \geq x_0 \end{cases}$$

gegeben ist, einlaufe. Skizzieren Sie zunächst das Potential. Berechnen Sie den Reflexionskoeffizienten für die bei $x = 0$ reflektierte Welle und vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem Reflexionskoeffizienten an einer einfachen Stufe der Höhe V_0 aus der Vorlesung. In welchem Fall ist der Reflexionskoeffizient größer?