

## Übungsserie 8

### Aufgabe 1: Potentialtopf und Zeitentwicklung (3+3+2+2 Punkte)

Ein Teilchen der Masse  $m$  sei durch unendliche Potentialwände auf den Bereich  $0 \leq x \leq L$  eingeschränkt. Zur Zeit  $t = 0$  sei der Zustand des Teilchens gegeben durch die normierte Wellenfunktion

$$\psi_0(x) = \sqrt{\frac{8}{5L}} \left(1 + \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right)\right) \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right).$$

- Bestimmen Sie die normierten Energieeigenfunktionen und zugehörigen Energieeigenwerte für ein Teilchen im beschriebenen Potential.
- Bestimmen Sie die Wellenfunktion  $\psi(x, t)$  für  $t > 0$  für den Anfangszustand  $\psi_0(x)$ .
- Berechnen Sie den Erwartungswert einer Energiemessung in Abhängigkeit von der Zeit.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen bei einer Ortsmessung zur Zeit  $t > 0$  im Bereich  $0 \leq x \leq \frac{L}{2}$  zu finden.

### Aufgabe 2: Harmonischer Oszillator (3+1+2 Punkte)

Ein Physiker präpariert einzelne, isolierte Sauerstoffmoleküle mit Hilfe eines Lasers so, dass jedes in dem gleichen spezifischen Zustand  $\psi(x)$  ist. Jedes Sauerstoffmolekül kann dabei als harmonischer Oszillator betrachtet werden.

- Der Physiker präpariert den Zustand  $\psi(x)$  10000 mal und führt anschließend eine Energiemessung durch. Dabei erhält er 6000 mal das Ergebnis  $\frac{3}{2}\hbar\omega$  und 4000 mal das Ergebnis  $\frac{1}{2}\hbar\omega$ . Leiten Sie aus diesen Ergebnissen einen Ausdruck für den Zustand  $\psi(x)$  ab.
- Berechnen Sie den Erwartungswert der Energiemessung.
- Begründen Sie, warum der Physiker den Zustand 10000 mal präparieren muss, obwohl es experimentell einfacher wäre, den Zustand einmal zu präparieren und anschließend 10000 Messungen durchzuführen.

### Aufgabe 3: Unschärferelation (3+2 Punkte)

Ein Teilchen befinde sich im normierten Zustand

$$\psi(x) = \left(\frac{a}{\pi}\right)^{1/4} e^{-\frac{ax^2}{2}},$$

wobei  $a$  eine reelle Konstante ist.

- Berechnen Sie das Produkt der Unschärfen  $\Delta x$  und  $\Delta p$  für die obige Wellenfunktion.
- Leiten Sie aus der allgemeinen Form der Unschärferelation zweier Observablen  $\hat{A}$  und  $\hat{B}$  den Spezialfall  $\hat{A} = \hat{x}$  und  $\hat{B} = \hat{p}$  ab. Vergleichen Sie mit dem Ergebnis aus Teil a).